

ỨNG XỬ PHI TUYẾN CỦA DẦM COMPOSITES GIA CƯỜNG BỞI CÁC ỚNG NANO CÁC-BON CÓ PHÂN BỐ NGẪU NHIÊN

Bùi Thị Thu Hoài^{1,2}
¹*Viện Cơ học, VAST,*
²*Học viện Khoa học và Công nghệ, VAST*
 Email: thuhoaihus@gmail.com

1. GIỚI THIỆU CHUNG

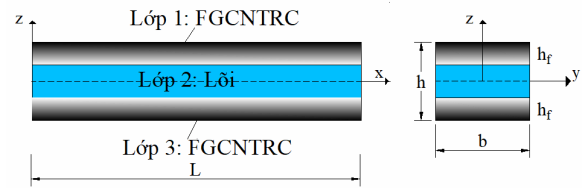
Nhờ các đặc tính cơ, nhiệt, điện và vật lý vượt trội, các ống nano các-bon (CNTs) là vật liệu lý tưởng để gia cường cho vật liệu composite nền polymer. Phân tích kết cấu composite gia cường bởi các ống nano các-bon (CNTRC) được quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước. Trong bài báo này, tác giả tiến hành phân tích phi tuyến hình học của dầm sandwich CNTRC với sự phân bố ngẫu nhiên của CNTs. Tính chất vật liệu hiệu quả của dầm sandwich được tính toán bằng mô hình Eshelby-Mori-Tanaka. Sử dụng công thức Lagrange toàn phần và lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, phần tử dầm phi tuyến được xây dựng và sử dụng để thiết lập phương trình cân bằng phi tuyến dạng rời rạc cho dầm. Phương pháp lặp Newton-Raphson được áp dụng kết hợp với kỹ thuật kiểm soát độ dài cung được sử dụng để tính toán đường cân bằng của dầm. Ảnh hưởng của sự kết tụ của CNTs cũng như tỉ phần thể tích của CNTs đối với ứng xử phi tuyến của dầm được nghiên cứu và thảo luận chi tiết.

2. MÔ HÌNH PHẦN TỬ

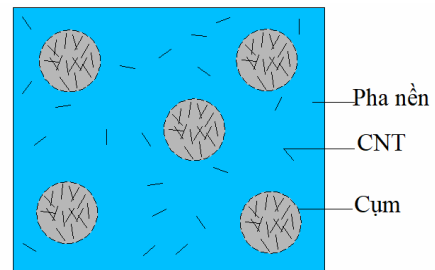
Hình 1 minh họa mô hình dầm sandwich CNTRC với chiều dài L và diện tích thiết diện ngang $(b \times h)$ trong hệ tọa độ Đề-các (x, y) . Dầm gồm lớp lõi được làm từ vật liệu thuần nhất và hai lớp ngoài được làm từ vật liệu CNTRC. Giả thiết rằng một số CNTs phân bố đều trong các ma trận nền và một số khác phân bố một cách ngẫu nhiên theo các cụm (cluster) như minh họa trên Hình 2. Tỷ

phần thể tích của CNTs được giả định biến thiên theo chiều dày dầm theo quy luật

$$V_{cnt}(z) = \begin{cases} V_{CNT}^* \left(1 - \frac{z + 0.5}{h_f} \right) \\ 0 \\ V_{CNT}^* \left(1 + \frac{z - 0.5}{h_f} \right) \end{cases} \quad (1)$$



Hình 1. Mô hình dầm sandwich CNTRC



Hình 2. RVE với mô hình kết tụ CNTs theo cụm Eshelby

Tổng thể tích CNTs trong một phần tử đại diện (RVE), V_r , được chia thành hai phần:

$$V_r = V_r^{cluster} + V_r^m \quad (2)$$

trong đó, $V_r^{cluster}$ là thể tích của CNTs bên trong các cụm, V_r^m là thể tích của CNTs bên trong ma trận và bên ngoài các cụm. Hai tham số sử dụng để mô tả sự ảnh hưởng kết tụ được xác định như sau:

$$\xi = \frac{V_{cluster}}{V}, \eta = \frac{V_r^{cluster}}{V_{cnt}}, 0 \leq (\eta, \mu) \leq 1 \quad (3)$$

với V là thể tích của RVE, $V_{cluster}$ là thể tích của các cụm bên trong RVE. Tham số ξ biểu thị tỉ phần thể tích của các cụm so với tổng thể tích của RVE, và η là tỉ lệ thể tích của CNTs bên trong các cụm so với tổng thể tích CNTs bên trong RVE.

Mô - đun Young hiệu dụng E và tỉ số Poisson ν của dầm composite được cho bởi:

$$E = \frac{9KG}{3K+G}; \nu = \frac{3K-2G}{6K+2G} \quad (4)$$

trong đó: K, G lần lượt là mô - đun khối hiệu dụng và mô - đun trượt hiệu dụng suy ra từ mô hình Mori-Tanaka [1].

Tính đến sự biến thiên của tính chất vật liệu theo chiều dày dầm, ta xét một phần tử dầm hai nút dựa trên mô hình dầm phi tuyến Antman sử dụng công thức Lagrange toàn phần:

$$\mathbf{d} = \{u_1 \ w_1 \ \theta_1 \ u_2 \ w_2 \ \theta_2\}^T \quad (5)$$

trong đó: $u_i, w_i, \theta_i, (i=1, 2)$ tương ứng là chuyển vị dọc trục, chuyển vị ngang và góc xoay tại nút i . Chỉ số trên 'T' trong biểu thức (5) và kể từ đây trở đi được dùng để biểu thị chuyển vị của một véc-tơ hoặc một ma trận.

Năng lượng biến dạng đàn hồi của dầm được xác định bởi:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \left[A_{11} \varepsilon^2(x) + 2A_{12} \varepsilon(x) \kappa(x) + A_{22} \kappa^2(x) + \psi A_{33} \gamma^2(x) \right] dx \quad (6)$$

với ψ là hệ số điều chỉnh trượt, được chọn bằng 5/6 đối với dầm có diện tích thiết diện hình chữ nhật; A_{11}, A_{12}, A_{22} và A_{33} tương ứng là độ cứng dọc trục, tương hỗ dọc trục-chống uốn, chống uốn và chống trượt.

Chuyển vị và góc xoay của phần tử dầm được nội suy tuyến tính như sau:

$$u = \frac{l-x}{l} u_1 + \frac{x}{l} u_2, \quad w = \frac{l-x}{l} w_1 + \frac{x}{l} w_2, \quad (7)$$

$$\theta = \frac{l-x}{l} \theta_1 + \frac{x}{l} \theta_2$$

Tuy nhiên, phần tử dầm dựa trên hàm nội suy tuyến tính (7) gặp phải hiện tượng nghẽn trượt. Hay nói cách khác, phần tử dầm không

có khả năng mô tả ứng xử thực của kết cấu. Để giải quyết vấn đề này, phương pháp cầu phương một điểm Gauss được sử dụng để tính toán năng lượng biến dạng của phần tử dầm:

$$U = \frac{1}{2} l \left(A_{11} \hat{\varepsilon}^2 + 2A_{12} \hat{\varepsilon} \hat{\kappa} + A_{22} \hat{\kappa}^2 + \psi A_{33} \hat{\gamma}^2 \right) \quad (8)$$

với:

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon} = \left(1 + \frac{u_2 - u_1}{l} \right) \cos \hat{\theta} + \frac{w_2 - w_1}{l} \sin \hat{\theta} - 1 \\ \hat{\gamma} = - \left(1 + \frac{u_2 - u_1}{l} \right) \sin \hat{\theta} + \frac{w_2 - w_1}{l} \cos \hat{\theta} \\ \hat{\kappa} = \frac{w_2 - w_1}{l}, \quad \hat{\theta} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{l} \end{cases} \quad (9)$$

Véc-tơ nội lực \mathbf{f}_{in} và ma trận độ cứng tiếp tuyến \mathbf{k}_t của phần tử dầm thu được tương ứng bằng cách đạo hàm một lần và hai lần biểu thức năng lượng biến dạng đàn hồi, (U)

$$\mathbf{f}_{in} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{d}} = \mathbf{f}_{in}^a + \mathbf{f}_{in}^c + \mathbf{f}_{in}^b + \mathbf{f}_{in}^s \quad (10)$$

$$\mathbf{k}_{in} = \frac{\partial^2 U}{\partial \mathbf{d}^2} = \mathbf{k}_t^a + \mathbf{k}_t^c + \mathbf{k}_t^b + \mathbf{k}_t^s$$

trong đó, các chỉ số dưới a, c, b, s tương ứng biểu thị các đại lượng sinh ra từ sự dịch chuyển theo phương dọc trục, tương hỗ giữa chuyển vị dọc trục và sự uốn, sự uốn, và biến dạng trượt của dầm.

Phương trình cân bằng dùng cho phân tích chuyển vị lớn của dầm được viết dưới dạng sau:

$$\mathbf{g}(\mathbf{d}, \lambda) = \mathbf{q}_{in}(\mathbf{d}) - \lambda \mathbf{f}_{ex} = \mathbf{0} \quad (11)$$

trong đó, véc-tơ lực dư \mathbf{g} là hàm của chuyển vị nút của cấu hình hiện tại \mathbf{p} và tham số lực ngoài λ ; \mathbf{q}_{in} là véc-tơ lực nút của kết cấu, thu được từ véc-tơ nội lực của kết cấu \mathbf{f}_{in} ; \mathbf{f}_{ex} là véc-tơ lực ngoài cố định.

3. KẾT QUẢ SỐ VÀ THẢO LUẬN

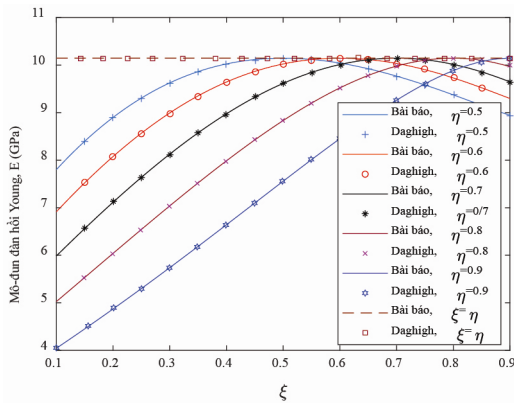
Kết quả số phân tích dưới đây được xét với dầm công-xôn, trong đó, vật liệu nền là polymethyl methacrylate (được biết đến với tên viết tắt là PMMA) với các tính chất vật liệu $E^m = 2.5GPa, \nu^m = 0.3$; các ống nano carbon đơn vách (SWCNT) (10,10) với cấu trúc armchair. Để thuận tiện, nghiên cứu đưa

vào sử dụng các tham số lực ngoài và chuyển vị không thứ nguyên như sau:

$$M^* = \frac{ML}{E_s I}; u^* = \frac{u_L}{L}; w^* = \frac{w_L}{L} \quad (12)$$

với I là mô-men quán tính của thiết diện ngang; u_L và w_L tương ứng là các chuyển vị dọc trục và chuyển vị ngang.

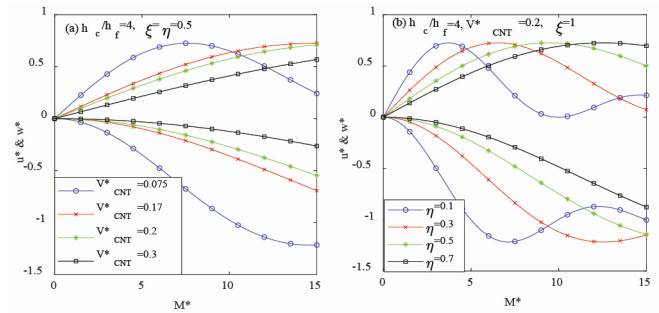
Trước hết, để khẳng định tính đúng đắn của công thức phần tử hữu hạn xây dựng được, mô-đun đàn hồi hiệu dụng Young của dầm gia cường bởi các ống nano các-bon phân bố ngẫu nhiên được so sánh với kết quả của Daghigh và cộng sự [2]. Như quan sát trên Hình 3, kết quả thu được trong nghiên cứu này rất sát với kết quả thu được trong Tài liệu tham khảo.



Hình 3. Ảnh hưởng của sự kết tụ CNT đến mô-đun Young của dầm CNTRC ($V_{CNT}^* = 0.1$)

Tiếp theo, dầm sandwich CNTRC với các ống nano các-bon phân bố ngẫu nhiên chịu tác dụng của mô-men M được quan tâm nghiên cứu trong mục này. Trong Hình 4, ảnh hưởng của tỉ phần thể tích V_{CNT}^* (Hình 4a) và tham số mô tả sự phân bố ngẫu nhiên (ξ, η) (Hình 4b) được minh họa ứng với $M^* = 15$. Ứng với mỗi giá trị xác định của mô-men chuẩn hóa M^* , sự tăng của tỉ phần thể tích CNT dẫn đến sự giảm đáp ứng chuyển vị lớn của dầm. Quy luật này cũng đúng khi tăng tham số η ứng với giá trị xác định bất kì của mô-men M^* . Sở dĩ như vậy là do khi tỉ phần thể tích ống nano các-bon tăng dẫn đến mô-đun đàn hồi Young giảm, kết quả là đáp ứng chuyển vị lớn của dầm giảm. Tương tự, khi tham số η tăng, đồng

nghĩa với việc thể tích CNTs bên trong các cụm tăng, nói cách khác mô-đun đàn hồi E giảm, kết quả là chuyển vị lớn của dầm giảm.



Hình 4. Đường cong mô-men - chuyển vị của dầm sandwich composite chịu tác dụng của mô-men

4. KẾT LUẬN

Bài báo nghiên cứu ứng xử phi tuyến của dầm sandwich CNTRC với sự phân bố ngẫu nhiên của CNTs bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Các tính toán số được thực hiện cho thấy tính chính xác và hiệu quả của công thức phần tử xây dựng được đồng thời cho thấy ảnh hưởng của tham số vật hiệu và hình học tới bức tranh ứng xử phi tuyến của dầm. Đồng thời, kết quả số nhấn mạnh ảnh hưởng lớn của tỉ phần thể tích CNTs cũng như tham số biểu thị sự kết tụ của CNTs tới đáp ứng chuyển vị lớn của dầm sandwich composite được gia cường bởi ống nano các-bon phân bố ngẫu nhiên.

5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. Kamarian, M. Shakeri, M. H. Yas, M. Bodaghi and A. Poursaghar. 2015. Free vibration analysis of functionally graded nanocomposite sandwich beams resting on Pasternak foundation by considering the agglomeration effect of CNTs. Journal of Sandwich Structures and Materials, 0, pp. 1-34.
- [2] H. Daghigh, V. Daghigh, A. Milani, D. Tannant, E. L. Jr. Thomas and J. N. Reddy. 2019. Nonlocal bending and buckling of agglomerated CNT-Reinforced composite nanoplates, Composites Part B, 183.